

ETUDE DES CONTACTS THERMIQUES EN REGIME TRANSITOIRE. PROPOSITION D'UN MODELE THERMIQUEMENT EQUIVALENT

A. M. CAMES-PINTAUX et J. P. PADET

Groupe de Thermomécanique, Faculté des Sciences, Reims, France

(reçu le 9 mai 1979, forme révisée le 7 octobre 1979)

Résumé—On considère des contacts thermiques statiques en régime transitoire. En adoptant une modélisation du contact par bandes parallèles, on détermine à chaque instant le champ de température perturbé par la présence de la couche hétérogène. On établit ensuite en régime instationnaire une équivalence entre le contact thermique et un modèle à trois murs dans lequel la paroi centrale possède la même énergie interne, la même résistance et la même épaisseur que la zone hétérogène. On analyse enfin l'évolution du champ de température au voisinage de la zone de contact lorsqu'un échelon de température est appliqué en amont de la coupure.

NOTATIONS

λ_1 ,	conductivité du milieu I;
$(c\rho)_1$,	chaleur volumique du milieu I;
a_1 ,	diffusivité du milieu I;
λ_4 ,	conductivité du milieu IV;
$(c\rho)_4$,	chaleur volumique du milieu IV;
a_4 ,	diffusivité du milieu IV;
λ' ,	conductivité du mur homogène équivalent;
$(c\rho)'$,	chaleur volumique du mur homogène équivalent;
a' ,	diffusivité du mur homogène équivalent;
θ_m ,	température en un point M du contact;
$\bar{\theta}_p$,	température moyenne sur un plan P ;
θ_m^0 ,	température en un point M du mur homogène équivalent;
$T_{i,j}$,	température discrétisée au noeud (i,j) ;
Q_1 ,	énergie interne du milieu I;
Q_4 ,	énergie interne du milieu IV;
Q' ,	énergie interne du mur homogène équivalent;
ϕ ,	densité de flux à travers la zone de contact.

1. POSITION DU PROBLEME

LORSQUE deux solides I et II sont pressés l'un contre l'autre, le contact ne s'effectue qu'en un certain nombre de zones, en raison de l'imperfection inévitable des surfaces. Entre ces zones, subsiste un espace interstitiel occupé par des corps dont la conductivité et la diffusivité sont différentes de celles des matériaux en contact. Cette imperfection constitue un obstacle au passage de la chaleur et soulève de grosses difficultés dans la résolution de l'équation de la conduction thermique.

En régime permanent, la perturbation provoquée dans le champ des températures par l'imperfection du contact peut être caractérisée par le 'schéma de résistance thermique de contact' dans lequel l'épaisseur de la zone perturbée est supposée nulle, et la brusque variation de température remplacée par une

discontinuité $(T_1 - T_2)$ à la frontière commune. Les températures T_1 et T_2 sont données par l'extrapolation, jusqu'au plan théorique de contact, du champ de température dans les milieux I et II. La résistance thermique de contact est alors définie par :

$$R_c = (T_1 - T_2) / \phi. \quad (1)$$

Cette résistance R_c dépend nécessairement d'un certain nombre de paramètres directement liés à la structure géométrique et thermique de l'interface, dont l'influence a été analysée dans de nombreux ouvrages [1-7].

En dehors des contacts entre solides statiques en régime permanent, il y a lieu en outre de considérer les cas des surfaces en frottement en régime stationnaire, des contacts statiques en régime transitoire, et des matériaux en frottement en régime instationnaire. C'est au second de ces trois cas que nous consacrons cette étude.

En effet la validité du schéma de résistance thermique qui suppose nulle l'épaisseur de la zone perturbée, peut être mise en doute en régime transitoire, surtout dans le cas de phénomènes très brutaux (chocs thermiques), car il ne fait absolument pas intervenir l'inertie propre de l'interface. Le problème du régime transitoire n'a été que peu abordé jusqu'à présent pour les solides accolés. La plupart des études entreprises dans cette direction sont essentiellement expérimentales et semblent prouver l'insuffisance du schéma de résistance thermique pure. Leurs résultats ont conduit certains auteurs à proposer l'introduction d'un paramètre supplémentaire, la 'capacité thermique de contact' [8, 11, 12].

Dans l'incertitude où l'on se trouve encore concernant la nature des termes susceptibles de caractériser le phénomène en régime instationnaire, nous préférons dans ce qui suit, utiliser le terme général de contact thermique, qui ne préjuge pas de la nature de ces paramètres caractéristiques.

Nous nous proposons maintenant d'analyser le

comportement général des contacts en régime transitoire, puis d'envisager le remplacement de la zone hétérogène par un mur équivalent dont nous déterminerons la conductivité et la diffusivité. Pour cette étude, nous schématiserons les contacts, l'évaluation théorique des résistances thermiques de contact ne pouvant se faire que par l'intermédiaire de modèles idéaux.

2. LES CONTACTS THERMIQUES EN REGIME INSTATIONNAIRE

2.1. Genèse du problème

Desrochers [8] a parmi les premiers abordé le problème du contact thermique en régime transitoire, en mettant au point une méthode de mesure simple basée sur la technique du signal impulsif. Son dispositif expérimental consistait à appliquer un échelon de température sur un échantillon de matériau. En mesurant les flux de chaleur à droite et à gauche du contact, il a constaté une différence, aussi proposa-t-il l'introduction d'une capacité thermique de contact, qui aurait permis d'interpréter ses observations.

Parallèlement, Laurent [9] a mis au point une méthode qui utilise la technique du signal bref et permet d'évaluer de façon plus rapide et plus précise, les résistances thermiques de contact. Cette méthode permet de mettre en évidence la variation de la résistance thermique de contact en fonction du temps. Elle suppose que le schéma de résistance pure est valable, et montre que dans cette hypothèse, le contact ne peut plus être caractérisé par la valeur de la résistance thermique mesurée en régime stationnaire.

L'analyse de ces deux travaux conduit à poser plusieurs questions :

la notion de résistance de contact conserve-t-elle un sens en régime instationnaire ?

le schéma de résistance pur est-il suffisant ?

peut-on parler de capacité thermique de contact ?

Plusieurs auteurs ont essayé d'apporter une réponse aux trois questions précédentes.

2.2. Interprétations proposées

Saint-Blanquet [10] a étudié le problème avec un flux thermique sinusoïdal [$\phi = \phi_0(1 - \cos \omega t)$] sur deux éprouvettes en contact imparfait. En analysant l'évolution du déphasage et de l'amplitude du terme sinusoïdal à l'interface, il a constaté une différence importante entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques obtenus en traitant le contact comme une résistance pure, ce qui semble donc prouver l'insuffisance du schéma de résistance thermique pure.

En utilisant les mêmes conditions aux limites, Cordier, Payraut et Vullierme [11] ont entrepris une étude de l'influence de la résistance thermique de contact sur le champ de température à l'intérieur des deux murs accolés. Ils ont étudié théoriquement par analogie électrique, différentes conditions de passage faisant intervenir soit une résistance, soit une résistance et une capacité, soit deux résistances et une capacité.

Seul le schéma comportant une résistance pure a rendu compte de l'ensemble de leurs résultats expérimentaux.

Par ailleurs, Fourcher *et al.* [12] ont tenté de déterminer si la notion même de résistance thermique de contact conserve un sens en régime instationnaire et si elle tient correctement compte de l'énergie interne accumulée dans la zone perturbée. Ils généralisent la propriété établie par Padet [13] en régime stationnaire en démontrant que l'énergie interne contenue entre un plan P_1 situé dans le milieu I assez loin en amont de la coupure pour être pratiquement isotherme, et le plan P_1 séparant la zone hétérogène du milieu I, est la même que pour un contact parfait. Ils soulignent aussi que la zone hétérogène bien que de très faible épaisseur est douée d'une certaine résistance et d'une certaine capacité.

Le schéma de résistance de contact pure suppose que les champs de températures θ_1 et θ_2 dans les milieux I et II se prolongent non pas jusqu'en P'_1 ou P'_2 mais jusqu'au plan P_0 constituant l'interface théorique. L'espace interstitiel étant habituellement rempli par un milieu de plus faible capacité thermique que les solides I et II, la capacité calorifique de la zone hétérogène se trouve en général surévaluée par ce schéma. Pour corriger cette imperfection, une solution est d'introduire un terme capacitif, il ne peut s'agir alors que d'un défaut de capacité, ce que semblent confirmer d'après Fourcher *et al.* les travaux expérimentaux de Saint-Blanquet.

En effet les expériences conduites par Fourcher *et al.* sur le contact cuivre-laiton montrent que l'on peut observer, pour certain domaines de fréquences et de résistances, des écarts entre les courbes théoriques et les mesures expérimentales du saut de température à l'interface théorique P_0 . Le signal franchit l'interface avec plus de facilité que ne le prévoit le schéma classique de résistance de contact.

Les résultats obtenus jusqu'à présent, concernant les contacts thermiques en régime transitoire sont donc à la fois partiels et un peu contradictoires. Ils concernent des conditions expérimentales relativement particulières (régime sinusoïdal, signal bref) et n'apportent aucune conclusion claire quant à la schématisation la plus apte à décrire le phénomène. Les solutions proposées sont en effet assez diverses : schéma de résistance thermique pure constante, résistance pure variant avec le temps, schéma comportant une résistance et un terme capacitif pouvant être un défaut de capacité ou au contraire une capacité positive.

Pour corriger l'imperfection présentée par le schéma de résistance pure, Fourcher *et al.* envisagent une deuxième solution consistant à abandonner le schéma localisé et à introduire entre les plans P'_1 et P'_2 , un milieu intermédiaire homogène de même épaisseur que la zone hétérogène en contact parfait avec les milieux I et II.

Padet, Fourcher *et al.* ont démontré, le premier pour le régime permanent, les seconds pour le régime transitoire, que l'énergie interne contenue entre les plans P_1 et P'_1 était indépendante de la géométrie de

contact. Compte tenu de cette propriété, Padet et Abgrall [14, 15] ont proposé, en régime stationnaire, un modèle 'équivalent' au contact réel dans lequel la couche hétérogène est remplacée par un mur homogène de même épaisseur, en contact parfait avec les solides I et II, de même résistance et de chaleur volumique ($c\rho'$) telle que le mur homogène contienne la même énergie interne que la couche hétérogène.

2.3. Hypothèse de travail

Notre hypothèse de travail consiste à vérifier si l'équivalence thermique établie en régime stationnaire par Padet et Abgrall reste valable en régime non stationnaire.

Pour cette étude, nous avons choisi une méthode aux différences finies. Nous allons procéder en plusieurs étapes pour établir l'équivalence envisagée, successivement :

recherche de la conductivité λ' et de la chaleur volumique ($c\rho'$) du mur équivalent en régime stationnaire ;

étude numérique du contact en régime instationnaire ;

étude numérique en régime transitoire du schéma à trois murs dans le cas où le mur central a pour conductivité λ' et pour chaleur volumique ($c\rho'$), puis comparaison avec les résultats obtenus pour le schéma de contact complet.

En régime permanent la modélisation la plus utilisée est celle qui consiste à représenter le contact en géométrie cylindrique. Dans cette géométrie, une solution analytique de l'équation de la conduction a été donnée par Sanokawa [1] mais elle est difficilement exploitable en pratique. En régime transitoire, la schématisation du contact par aspérités cylindriques entraîne une telle complexité de calculs qu'il nous a semblé préférable de choisir une modélisation par bandes parallèles afin de nous ramener à un problème à deux dimensions.

On représente le contact par des bandes parallèles identiques s'appuyant sur une surface plane. Chaque tube de flux est alors limité par deux plans parallèles, le plan médian est un plan de symétrie et la section droite du tube présente exactement le même aspect que la section longitudinal du tube cylindrique.

Cette schématisation par bandes parallèles a déjà été étudiée par Fouché [16] et s'adapte particulièrement bien à certains exemples concrets (pièces usinées par fraisage ou dressées au tour).

3. CALCUL DU CHAMP THERMIQUE EN REGIME STATIONNAIRE

D'une façon générale, nous schématisons un contact thermique par deux milieux I et II séparés par une zone hétérogène d'épaisseur constante elle-même constituée de deux milieux distincts III et IV. Le flux de chaleur se dirige de I vers II, il est supposé perpendiculaire aux plans P'_1 et P'_2 qui séparent la couche hétérogène des milieux I et II (Fig. 1).

Nous considérons ici pour simplifier des contact symétriques où les milieux I, II et III sont identiques : on a donc $a_1 = a_2 = a_3$ et $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$. Nous considérons en outre que la zone de contact se présente sous forme de bandes parallèles. Chaque tube de flux est alors limité par deux plans parallèles S_1 et S_2 et le plan médian S_0 est plan de symétrie (Fig. 2). On peut ainsi limiter l'étude au demi-tube de flux rectangulaire compris entre les plans P_1, P_2, S_0 et S_2 en appelant P_1 et P_2 deux plans situés assez loin de la coupure pour que le champ thermique n'y soit pas perturbé par la présence de la couche hétérogène.

En utilisant cette géométrie, nous avons résolu en bidimensionnel l'équation de Laplace $\nabla^2\theta = 0$ dont Padet et Tricoire ont donné par ailleurs des solutions dans le cas d'une géométrie cylindrique [4]. Nous améliorons toutefois leur méthode pour ce qui concerne la précision du calcul numérique et la discrétisation.

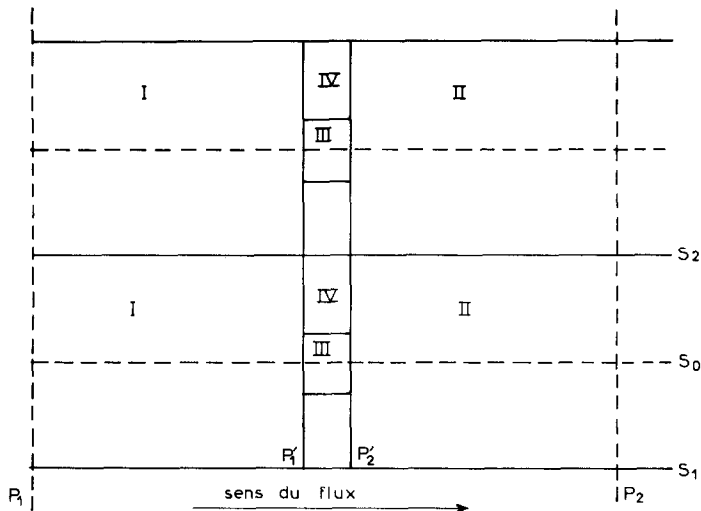


FIG. 1. Schématisation par bandes parallèles d'un contact thermique.

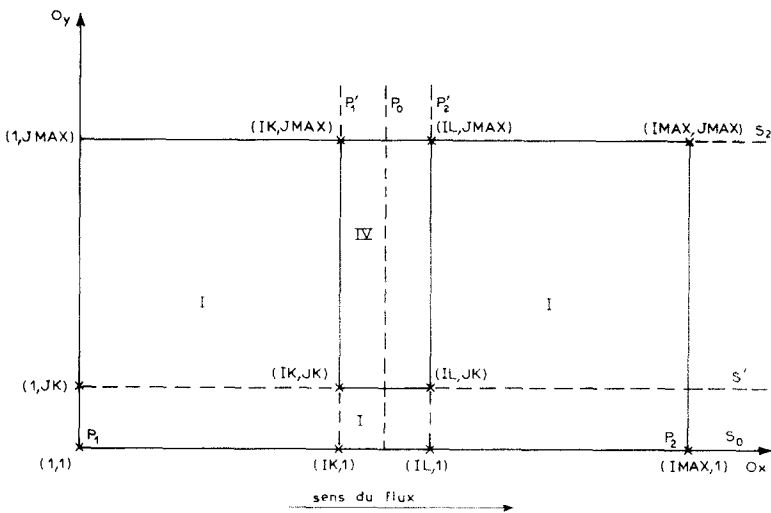


FIG. 2. Schématisation d'un contact symétrique (demi-tube de flux).

sation des conditions aux limites qui sont les suivantes:

dérivée normale nulle le long des plans S_0 et S_2 (condition de flux nul);

condition de passage sur les frontières du milieu IV

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right)_I = \lambda_4 \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right)_{IV} \quad (2)$$

\mathbf{n} désignant la normale à la surface de séparation des milieux I et IV, λ_1 et λ_4 étant les conductivités respectives des deux milieux.

Températures θ_{P_1} sur P_1 et θ_{P_2} sur P_2 fixées.

Le contact entre les milieux I et II dans l'aspérité, supposé parfait, ne fait intervenir aucune condition à la limite.

L'utilisation d'une méthode aux différences finies nous impose de discrétiser le modèle suivant un maillage à deux dimensions (Myers [17])

$$\begin{aligned} x &= i \Delta x, & 1 \leq i \leq i \max, \\ y &= j \Delta y, & 1 \leq j \leq j \max. \end{aligned}$$

L'axe des x sera l'axe de symétrie du tube de flux, orienté de P_1 vers P_2 , c'est-à-dire dans le sens du flux de chaleur, l'axe des y étant confondu avec la trace du plan P_1 .

La température discrétisée au noeud (i, j) sera notée $T_{i,j}$.

Pour pouvoir utiliser le même maillage en régime transitoire, sans introduire de difficultés supplémentaires nous prenons $\Delta x = \Delta y$.

Afin d'obtenir une 'dérivée centrée', nous utilisons la méthode de Schmidt qui consiste à prolonger le milieu au delà de sa frontière par une maille fictive. Nous introduisons ainsi des points fictifs $(i, 0)$ du côté de S_0 et $(i, j \max + 1)$ du côté de S_2 . Pour tous les points situés aux frontières du milieu IV, nous utilisons deux mailles fictives pour centrer les dérivées. (Rappelons que Padet et Tricoire faisaient intervenir simplement des demi-dérivées à gauche ou à droite, ce qui introduit

une erreur de discrétisation plus importante.)

A partir d'une répartition initiale $T_{i,j}^{(0)}$, nous établissons une suite de répartitions $T_{i,j}^{(n)}$ et nous arrêtons l'itération lorsque la valeur moyenne de $|T_{ik,j \max}^{(n)} - T_{ik,j \max}^{(n-1)}|$ calculée sur cinq itérations devient inférieure à 10^{-7} .

4. CALCUL DU CHAMP THERMIQUE EN REGIME INSTATIONNAIRE

En régime transitoire, l'étude du champ thermique consiste à résoudre l'équation de la diffusion:

$$a \nabla^2 T = \partial T / \partial t. \quad (3)$$

Pour résoudre numériquement cette équation, nous avons choisi la méthode des directions alternées (qui a l'avantage d'être inconditionnellement stable) en prenant le maillage suivant:

$$\begin{aligned} x &= i \Delta x, & 1 \leq i \leq i \max, & \text{avec } \Delta x = \Delta y. \\ y &= j \Delta y, & 1 \leq j \leq j \max, \\ t &= n \Delta t, & 1 \leq n \leq n \max. \end{aligned}$$

En désignant par a_1 et a_4 les diffusivités respectives des deux milieux, les paramètres sans dimension caractérisant le schéma discrétisé s'écrivent:

$$M_1 = a_1 \Delta t / \Delta x^2 \quad \text{et} \quad M_4 = a_4 \Delta t / \Delta x^2. \quad (4)$$

La géométrie de contact déjà utilisée en régime permanent est reprise ici avec les mêmes conditions aux limites. Partout où celles-ci font intervenir une dérivée normale, nous employons à nouveau la méthode de la maille fictive.

Nous supposons que les noeuds (ik, jk) et (il, jk) appartiennent uniquement au milieu I quelque soit le pas de temps.

Nous prenons enfin comme signal thermique un échelon de température ainsi que l'avait fait Desrochers [8] ce qui va se traduire par:

$$T_{i,j}^0 = 0 \quad \forall i \text{ et } j,$$

$$T_{1,j}^n = T_0 \text{ et } T_{i \max, j}^n = T \text{ max}$$

pour $n > 0$ et $1 \leq j \leq j \text{ max}$.

Nous déterminons le champ thermique à chaque instant $n \Delta t$, la répartition au temps $(n+1)\Delta t$ étant établie à partir de la répartition calculée au temps $n \Delta t$.

Dans le cas particulier où $a_4 = \lambda_4 = 0$ nous utiliserons la même discrétisation; un passage à la limite pour les équations aux interfaces nous permettra de calculer le champ thermique ce qui permettra ultérieurement une comparaison avec les résultats obtenus par Bell et Crank [18].

5. RECHERCHE D'UN MUR HOMOGENE EQUIVALENT A LA COUCHE HETEROGENE

5.1. Caractéristiques du mur équivalent en régime stationnaire

Dans le cas des aspérités cylindriques, Padet et Abgrall [15] ont déterminé sous forme adimensionnelle la conductivité λ' et la chaleur volumique $(c\rho)'$ du mur homogène 'thermiquement équivalent' en régime permanent, en se référant aux paramètres de perturbation publiés par Padet [19].

Le programme de calcul que nous avons établi en régime stationnaire nous permet d'avoir en chaque point du schéma discrétisé la valeur de la température. Nous allons donc procéder d'une autre manière que Padet et Abgrall pour déterminer les valeurs de λ' et $(c\rho)'$.

Padet a montré que, pour un flux et une température sur P_1 imposés, la température moyenne sur un plan quelconque P parallèle à P_1 , situé entre P_1 et P'_1 , est indépendante de la géométrie du tube de flux et égale à la température θ_p^0 uniforme qui existe sur P lorsque le contact est parfait [13]. Ceci est vrai en particulier sur le plan P'_1 et s'étend sans difficulté, par symétrie, à la zone homogène comprise entre P'_2 et P_2 .

Nous pouvons ainsi calculer la température moyenne sur chaque plan P , situé entre P_1 et P'_1 ou P_2 et P'_2 , y compris sur P'_1 et P'_2 . Dans le cas de notre schéma à bandes parallèles, cela revient à établir la moyenne arithmétique des différentes valeurs des températures sur P soit $\bar{\theta}_p$. On a donc $\bar{\theta}_p = \theta_p^0$ et en particulier :

$$\bar{\theta}_{P_1} = \theta_{P_1}^0 \quad \text{et} \quad \bar{\theta}_{P_2} = \theta_{P_2}^0.$$

Le mur homogène équivalent doit avoir la même épaisseur que la zone hétérogène, les températures $\theta_{P_1}^0$ et $\theta_{P_2}^0$ sur les plans P'_1 et P'_2 étant conservées.

Nous nous ramenons ainsi à un problème à trois murs en contact parfait dont les températures sur les plans P_1, P'_1, P_2 et P_2 sont connues. On a donc, $(ik-1)$ étant l'épaisseur du mur $P_1P'_1$ et $(il-ik)$ celle du mur P'_1P_2 :

$$\lambda' = \lambda_1 \frac{(il-ik)}{(ik-1)} \times \frac{(\theta_{P_1} - \bar{\theta}_{P_1})}{(\bar{\theta}_{P_1} - \bar{\theta}_{P_2})}. \tag{5}$$

On détermine ensuite la chaleur volumique $(c\rho)'$ du mur, en écrivant que l'énergie interne Q de la zone hétérogène est égale à l'énergie interne du mur équivalent.

Dans la couche hétérogène, l'énergie interne est la somme de deux termes correspondants au milieu I et au milieu IV

$$Q = (c\rho)_4 \int_{IV} \theta_4(x, y)dv + ((c\rho)_1 \int_I \theta_1(x, y)dv \tag{6}$$

(dv étant l'élément de volume).

Pour le mur équivalent l'énergie interne s'écrit :

$$Q' = (c\rho)' \int_{ik}^u \theta'(x)dv. \tag{7}$$

La chaleur volumique s'écrit donc :

$$(c\rho)' = \frac{(c\rho)_4 \int_{IV} \theta_4(x, y)dv + (c\rho)_1 \int_I \theta_1(x, y)dv}{\int_{ik}^u \theta'(x)dv}. \tag{8}$$

Du fait de la linéarité de l'équation de la conduction, les températures $\theta_1(x, y)$, $\theta_4(x, y)$, $\theta'(x)$ peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \theta_1(x, y) &= \theta(1, y)F_1(x, y), \\ \theta_4(x, y) &= \theta(1, y)F_4(x, y), \\ \theta'(x) &= \theta(1)F'(x). \end{aligned} \tag{9}$$

$\theta(1, y) = \theta(1)$ représentant la température le long du plan P_1 , $F_1(x, y)$, $F_4(x, y)$ et $F'(x)$ étant fonctions des caractéristiques des matériaux et de la distance entre les plans P'_1 et P'_2 ; l'expression de $(c\rho)'$ est donc indépendante des conditions aux limites et représente une caractéristique intrinsèque du contact considéré. Il en est de même pour λ' .

Connaissant la température en chaque point du maillage dans la zone hétérogène, il nous est alors possible de calculer numériquement l'énergie interne dans le milieu I et dans le milieu IV.

5.2. Calcul du champ thermique dans le système à trois murs en régime instationnaire et exemples numériques

Nous avons repris pour ce calcul le programme utilisé par Abgrall [20] qui fait appel à un schéma de Crank-Nicholson. Nous avons tenu compte en outre des résultats obtenus par ce dernier concernant la valeur optimale du paramètre M du côté de la face d'entrée (M voisin de 1).

Nous utilisons ce schéma à trois murs en prenant pour les murs extérieurs, la conductivité λ_1 et la diffusivité a_1 du milieu I et pour le mur intérieur, la conductivité λ' et la chaleur volumique $(c\rho)'$ calculées précédemment. En prenant à nouveau comme signal d'entrée un échelon de température sur P_1 , nous pouvons comparer l'évolution du champ thermique dans le schéma à trois murs et dans le schéma du contact thermique à chaque pas de temps.

Nous avons choisi pour le modèle étudié les dimen-

sions suivantes: $i \max = 49$, $j \max = 20$, $ik = 22$, $il = 28$ et $jk = 4$, correspondant à un nombre total de 960 points de discrétisation, le plan de symétrie étant à l'abscisse $i = 25$.

En ce qui concerne le choix du paramètre $M_1 = a_1 \Delta t / \Delta x^2$, nous reprenons exactement la même valeur que dans le schéma à trois murs, de manière à ce que les champs thermiques soient parfaitement comparables à chaque instant. Aucune condition particulière n'est imposée au coefficient $M_4 = a_4 \Delta t / \Delta x^2$, Abgrall ayant montré (dans le cas d'un modèle à trois murs) que sa valeur est pratiquement sans influence sur la précision des calculs [20].

Nous avons traité trois cas couvrant très largement l'éventail des configurations usuelles: le couple laiton-air, le couple béton-polystyrène et le couple béton-air. En effet dans ces trois exemples, le premier représente un cas où les caractéristiques thermiques des deux milieux I et IV sont très différentes, le second un cas où au contraire elles sont très voisines, le troisième constituant un cas intermédiaire.

5.3. Méthodes de comparaison

La procédure que nous retenons maintenant est la suivante, pour chacun des trois exemples choisis.

étude de l'évolution du champ de température moyenne $\bar{\theta}_i(t)$ en dehors de la couche hétérogène pour le modèle de contact réel;

calcul en régime stationnaire des caractéristiques λ'

et $(c\rho)'$ du mur homogène équivalent à la zone hétérogène;

étude de l'évolution du champ de température $\theta_i^0(t)$ dans le modèle à trois murs obtenu en remplaçant la couche hétérogène par un mur de caractéristique λ' et $(c\rho)'$ [ou encore λ' et a' en posant $a' = \lambda' / (c\rho)'$].

Nous pourrions dire qu'il y a équivalence en régime instationnaire entre la couche hétérogène et le mur de conductivité λ' et de diffusivité a' si les champs de température $\theta_i^0(t)$ et $\bar{\theta}_i(t)$ sont identiques à tout instant t , dans la limite de la précision des calculs. Alors, en particulier, les flux qui traverseront les plans P_1 (ou les plans P_2) seront égaux à chaque instant dans les deux modèles.

Le tableau 1 regroupe les valeurs numériques des différents paramètres thermophysiques pour les trois exemples étudiés. Il indique en outre les valeurs de M_1 utilisées pour le calcul.

Pour les exemples envisagés, les tableaux 2-4 indiquent les valeurs obtenues dans le cas du contact réel et dans le cas des trois murs pour les différents plans de coordonnées $i=8$, $i=22$, $i=28$, $i=42$ et $i=48$, à différents pas de temps n .

Nous pouvons vérifier que sur un même plan, l'écart entre la valeur moyenne $\bar{\theta}_i$ pour le contact thermique et la température θ_i^0 pour le mur composé est du même ordre de grandeur que l'erreur de discrétisation, puisqu'il est de $5 \cdot 10^{-4}$ en moyenne.

Ainsi dans les trois cas envisagés, le fait de remplacer

Tableau 1. Caractéristiques thermophysiques des milieux en présence et du mur homogène équivalent

	Couple laiton-air	Couple béton-air	Couple béton-polystyrène
$\lambda_1 (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	97	0,92	0,92
$(c\rho)_1 (\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$	$328,81 \cdot 10^4$	$219,04 \cdot 10^4$	$219,04 \cdot 10^4$
$a_1 (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$295 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \cdot 10^{-7}$
$\lambda_4 (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	0,025	0,025	0,035
$(c\rho)_4 (\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$	$0,125 \cdot 10^4$	$0,125 \cdot 10^4$	$3,5 \cdot 10^4$
$a_4 (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$200 \cdot 10^{-7}$	$200 \cdot 10^{-7}$	$10 \cdot 10^{-7}$
$\lambda' (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	8,538	0,1067	0,1171
$(c\rho)' (\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1})$	$52,029 \cdot 10^4$	$34,688 \cdot 10^4$	$37,534 \cdot 10^4$
$a' (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$0,1641 \cdot 10^{-4}$	$0,3076 \cdot 10^{-6}$	$0,3120 \cdot 10^{-6}$
M_1	1,18	0,84	0,84

Tableau 2. Couple laiton-air. Evolution des températures sur différents plans P_i dans le contact schématisé ($\bar{\theta}_i$) et dans le modèle à trois murs équivalent (θ_i^0)

	i	8	22	28	42	48
$n = 75$	$\bar{\theta}_i$	0,6054	0,2024	0,0120	0,0005	0,0000
	θ_i^0	0,6053	0,2033	0,0113	0,0006	0,0000
$n = 200$	$\bar{\theta}_i$	0,8074	0,5614	0,0776	0,0160	0,0021
	θ_i^0	0,8075	0,5628	0,0771	0,0161	0,0021
$n = 525$	$\bar{\theta}_i$	0,9237	0,7829	0,1704	0,0534	0,0076
	θ_i^0	0,9232	0,7830	0,1705	0,0540	0,0077
$n = 1000$	$\bar{\theta}_i$	0,9367	0,8084	0,1894	0,0623	0,0089
	θ_i^0	0,9359	0,8082	0,1895	0,0629	0,0090
Etat stationnaire	$\bar{\theta}_i$	0,9371	0,8094	0,1906	0,0629	0,0090

Tableau 3. Couple béton-air. Evolution des températures sur différents plans P_i dans le contact schématisé ($\bar{\theta}_i$) et dans de modèle à trois murs équivalent (θ_i^0)

	i	8	22	28	42	48
$n = 75$	$\bar{\theta}_i$	0,5343	0,1077	0,0060	0,0001	0,0000
	θ_i^0	0,5342	0,1078	0,0055	0,0001	0,0000
$n = 200$	$\bar{\theta}_i$	0,7372	0,4222	0,0593	0,0088	0,0011
	θ_i^0	0,7372	0,4235	0,0588	0,0088	0,0011
$n = 525$	$\bar{\theta}_i$	0,8902	0,7061	0,1725	0,0504	0,0071
	θ_i^0	0,8900	0,7067	0,1726	0,0509	0,0071
$n = 1000$	$\bar{\theta}_i$	0,9221	0,7684	0,2170	0,0707	0,0101
	θ_i^0	0,9216	0,7684	0,2171	0,0713	0,0102
Etat stationnaire	$\bar{\theta}_i$	0,9259	0,7759	0,2240	0,0740	0,0106

Tableau 4. Couple béton-polystyrène. Evolution des températures sur différents plans P_i dans le contact schématisé ($\bar{\theta}_i$) et dans le modèle à trois murs équivalent (θ_i^0)

	i	8	22	28	42	48
$n = 75$	$\bar{\theta}_i$	0,5343	0,1065	0,0063	0,0001	0,0000
	θ_i^0	0,5342	0,1066	0,0059	0,0001	0,0000
$n = 200$	$\bar{\theta}_i$	0,7362	0,4166	0,0633	0,0095	0,0012
	θ_i^0	0,7362	0,4178	0,0629	0,0095	0,0012
$n = 525$	$\bar{\theta}_i$	0,8868	0,6953	0,1823	0,0534	0,0075
	θ_i^0	0,8866	0,6959	0,1825	0,0539	0,0076
$n = 1000$	$\bar{\theta}_i$	0,9182	0,7568	0,2284	0,0745	0,0106
	θ_i^0	0,9177	0,7568	0,2285	0,0750	0,0107
Etat stationnaire	$\bar{\theta}_i$	0,9220	0,7644	0,2355	0,0779	0,0112

la zone hétérogène du contact thermique par le mur homogène de conductivité λ' et de diffusivité a' n'a entraîné aucune perturbation sensible dans l'évolution de la température moyenne en dehors de la zone de contact. Nous pouvons donc conclure que dans la limite de cette étude le mur (λ', a') est bien équivalent à la couche hétérogène.

Il apparaît en outre que, pour les trois exemples traités, la valeur obtenue pour $(c\rho)'$ correspond à la moyenne arithmétique des chaleurs volumiques de la zone hétérogène, c'est-à-dire que, V_1 et V_4 étant respectivement les volumes de l'aspérité et du fluide interstitiel on a :

$$(c\rho)' = \frac{(c\rho)_1 V_1 + (c\rho)_4 V_4}{V_1 + V_4} \quad (10)$$

Il serait intéressant que cette propriété, permettant un calcul très simple de $(c\rho)'$, puisse faire l'objet d'une justification par voie analytique.

5.4. Interprétations de certains résultats expérimentaux

En étudiant le schéma de résistance pure, Fourcher *et al.* ont suggéré qu'en prolongeant le milieu I jusqu'en P_0 , on affectait à la couche hétérogène une capacité calorifique supérieure à celle qu'elle possède en réalité, ce qui nécessiterait l'introduction d'un terme capacitif qui ne peut être qu'un défaut de capacité. Les valeurs que nous avons trouvées pour $(c\rho)'$ confirment

bien cette remarque puisque dans les trois cas nous obtenons $(c\rho)' < (c\rho)_1$.

On peut également considérer la diffusivité réduite $a'^* = a'/a_1$ du mur équivalent. Nous obtenons respectivement $a'^* = 0,556$ pour le couple laiton-air, 0,732 pour le couple béton-polystyrène et 0,743 pour le couple béton-air. En outre, nous avons calculé a'^* dans le cas de l'intéressante expérience réalisée avec une aspérité unique par Cordier, Payrault et Vuillierme [11]. A partir des indications fournies par ces auteurs, et en utilisant les tables publiées par Padet [19], nous obtenons $a'^* \neq 2$. Autrement dit, a'^* peut être inférieure ou supérieure à 1, tout en restant voisine de ce chiffre. Ce résultat peut expliquer les résultats légèrement contradictoires de certaines expériences, en même temps que la relative faiblesse de l'effet observé.

5.5. Critique des résultats obtenus

Les résultats que nous venons d'exposer justifient quelques remarques concernant leur intérêt pratique et leur domaine de validité.

En ce qui concerne le premier point, nous avons été contraints de choisir pour les calculs un modèle dans lequel la surface relative de contact (15 pour cent) est sensiblement plus élevée que ce que l'on rencontre en pratique. Toutefois dans la mesure où l'on ne tient pas compte des effets éventuels de non linéarité dus à l'importance du gradient de température au voisinage

de l'aspérité, la loi de comportement que nous avons mise en évidence n'a pas lieu, *a priori*, de dépendre des caractéristiques géométriques de la zone de contact, les conditions aux limites étant conservées.

Sur un plan pratique, la détermination approchée des caractéristiques thermophysiques λ' et $(c\rho)'$ du mur équivalent est très simple, avec une bonne approximation si l'on dispose de tables donnant les perturbations de température au voisinage de la coupure pour diverses configurations. Ces tables existent pour les géométries cylindriques [19]. Il serait utile de les compléter pour le cas bidimensionnel.

Enfin il serait intéressant de comparer les résultats obtenus avec ceux que donnerait un schéma de résistance localisée R_c , constante ou variable dans le temps. Ce travail est en cours.

6. EVOLUTION DU CHAMP THERMIQUE DANS LA ZONE DE CONTACT EN FONCTION DU TEMPS

Nous pouvons maintenant approfondir l'analyse précédente en étudiant l'évolution du champ de température dans la couche hétérogène et au voisinage de celle-ci.

6.1. Tracé des isothermes

Pour le couple béton-air, nous avons tracé un certain nombre d'isothermes pour trois pas de temps différents: $n = 75$, $n = 200$ et $n = 525$. Pour le pas de temps $n = 75$ nous pouvons remarquer que dans la région comprise entre P_1 et P'_1 , les isothermes sont pratiquement rectilignes alors qu'elles présentent de légères courbures dans la région comprise entre P'_2 et P_2 . La présence de la couche hétérogène a donc peu d'influence sur la zone $P_1P'_1$ dans les premiers pas de temps.

Dans la zone hétérogène, les isothermes sont pratiquement rectilignes dans le milieu IV, mais présentent de légères inflexions au niveau de l'interface et dans le milieu I. Nous constatons également qu'il existe toujours un plan isotherme situé dans la zone de contact et qui se déplace de l'abscisse $i = 26,5$ pour le pas de temps $n = 50$ jusqu'à se stabiliser en $i = 25$ (c'est-à-dire sur le plan de symétrie P_0) pour $n = 525$.

Considérons maintenant le plan P_0 . Appelons ϕ_a le flux total passant dans l'aspérité et ϕ_f le flux passant dans le fluide au niveau de ce plan. Bardon [3] a défini en régime stationnaire, le coefficient de partage α par $\alpha = \phi_a / (\phi_a + \phi_f)$. Connaissant en chaque point du plan P_0 le gradient de température, nous pouvons déterminer ce coefficient α à chaque pas de temps. Dès le pas de temps $n = 25$, α a pour valeur 0,76 puis il se stabilise rapidement à la valeur maximum de 0,80 qu'il conserve en stationnaire: le flux passant dans l'aspérité est donc prépondérant.

6.2. Surfaces d'inversion

En régime stationnaire, Padet a montré l'existence entre P_1 et P'_1 (P'_2 et P_2) d'une surface d'inversion, lieu des points où la température θ_m est égale à la température au même point dans le cas du contact parfait. On

appelle courbe d'inversion, la section de cette surface avec le plan de la figure. Nous avons montré que sur tout plan P' extérieur à la zone hétérogène, la température moyenne $\bar{\theta}_p = \theta_p^0$. Par suite à l'aide des valeurs trouvées dans le calcul du champ thermique en instationnaire, nous pouvons déterminer les points des zones comprises entre P_1 et P'_1 (P'_2 et P_2) qui vérifient $\theta_m = \theta_m^0 = \bar{\theta}_p$, et tracer ainsi la courbe d'inversion.

Le tracé de cette courbe pour les pas de temps $n = 75$, $n = 200$ et $n = 525$, nous indique un déplacement progressif de cette surface d'inversion en fonction du temps. Les points d'intersections de cette courbe avec les plans P'_1 et P'_2 se situent aux points d'indice $j = 6,5$ pour le pas de temps $n = 75$ et se déplacent en fonction du temps jusqu'aux points d'indice $j = 7,8$ positions qu'ils conservent en régime stationnaire.

Nous constatons en outre dans tous les cas que la courbe d'inversion reste parallèle aux bords du tube de flux dans la zone hétérogène et se situe constamment dans le milieu IV.

CONCLUSION

En régime permanent, un contact thermique impar-

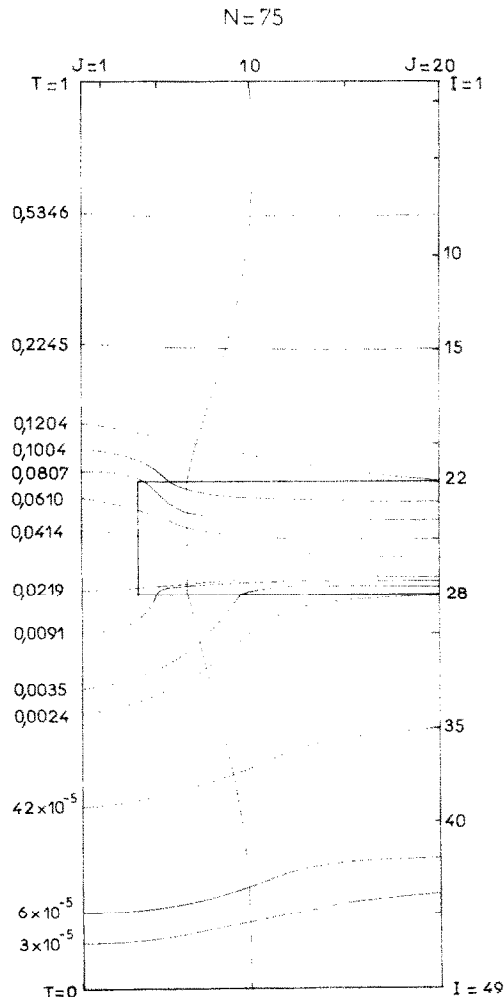


FIG. 3. Couple béton-air. Tracé des isothermes et de la courbe d'inversion au pas de temps $n = 75$.

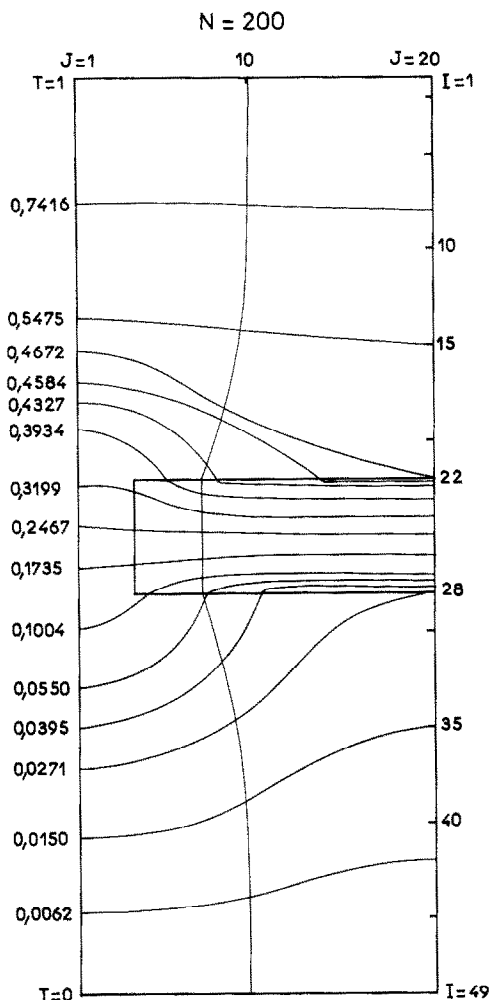


FIG. 4. Couple béton-air. Tracé des isothermes et de la courbe d'inversion au pas de temps $n=200$.

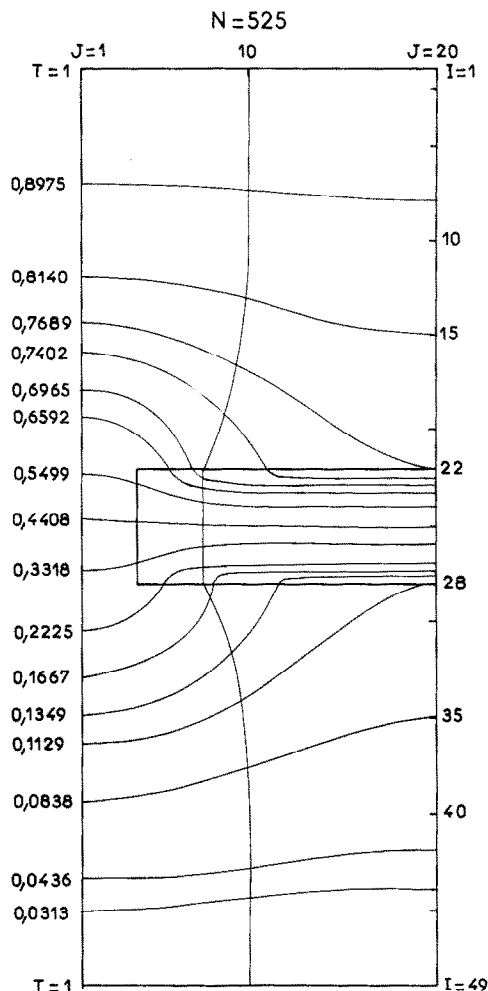


FIG. 5. Couple béton-air. Tracé des isothermes et de la courbe d'inversion au pas de temps $n=525$.

fait introduit une discontinuité apparente dans les champs de température de part et d'autre de la coupure, schématisée par la notion de résistance thermique de contact. En régime transitoire, ce schéma étant apparu insuffisant, il a été suggéré de le corriger en faisant intervenir un défaut de capacité.

La notion même de défaut de capacité rend malaisée l'utilisation d'une analogie électrique en terme de résistance et capacité. C'est pourquoi nous avons cherché à caractériser la réponse d'un contact à un signal thermique par comparaison avec la réponse d'un mur à trois couches, dont la couche intermédiaire doit être thermiquement équivalente à la zone de contact.

A l'aide d'une méthode numérique, nous avons montré l'existence de cette couche équivalente, et nous avons déterminé sa conductivité λ' et sa chaleur volumique ($c\rho$), qui peuvent être calculées à partir du champ de température en régime stationnaire. Le paramètre ($c\rho$) apparaît être égal à la moyenne pondérée des chaleurs volumiques des deux milieux présents dans la zone de contact. Enfin, l'étude de l'évolution du champ thermique au voisinage de la coupure nous a

permis de préciser certaines propriétés caractéristiques de sa structure, concernant en particulier la surface d'inversion et le coefficient de partage du flux entre l'aspérité et le fluide interstitiel.

BIBLIOGRAPHIE

1. K. Sanokawa, Heat transfer between metallic surfaces in contact, *Bull. JSME*, 4 rapports 11, 253-263, 264-275, 276-286, 287-293 (1968).
2. J. R. Barber, The effect of thermal distortion on constriction resistance, *Int. J. Heat Mass Transfer* 14, 751-766 (1971).
3. J. P. Bardon, Contribution à l'étude du transfert de chaleur au contact de deux matériaux, Thèse de doctorat d'Etat, Fac. des Sciences, Poitiers (1965).
4. J. P. Padet et M. Tricoire, Etude du champ tridimensionnel de température au voisinage du contact de deux solides, *C.R. Acad. Sci. Paris* 265, 741-744 (1967).
5. J. P. Padet, Transfert de chaleur à travers une couche hétérogène, *Int. J. Heat Mass Transfer* 11, 1267-1285 (1968).
6. B. B. Mikic, Thermal contact conductance; theoretical considerations, *Int. J. Heat Mass Transfer* 17, 205-214 (1974).
7. T. N. Veziroğlu, A. Williams, S. Kakaç et P. Nayak, Prediction and measurement of the thermal conductance

- of laminated stacks, *Int. J. Heat Mass Transfer* **22**, 447–459 (1979).
8. P. Desrochers, Sur l'utilisation d'un signal thermique impulsionnel dans l'étude de divers problèmes de conduction, Thèse de Docteur-Ingénieur, Fac. des Sciences, Poitiers (1967).
 9. M. Laurent, Contribution à l'étude des échanges de chaleur au contact de deux matériaux, Thèse de Doctorat d'Etat, Fac. des Sciences, Lyon (1969).
 10. C. Saint Blanquet, Etude de Transfert de chaleur entre solides accolés en régime thermique sinusoïdal, Thèse de 3ème cycle, Fac. des Sciences, Nantes (1970).
 11. H. Cordier, J. C. Payrault et J. J. Vullierme, Etude de l'influence des résistances thermiques de contact sur les transferts de chaleur entre matériaux accolés dans les phénomènes transitoires, *Entropie* **65**, 20–28 (1975).
 12. B. Fourcher, J. P. Bardon et H. Mallard, Transferts de chaleur en régime périodique à l'interface de deux milieux: problèmes posés par l'écriture des conditions aux limites classiques, *Entropie* **64**, 11–26 (1975).
 13. J. P. Padet, Sur une propriété du champ de température au voisinage d'un contact thermique, *C. R. Acad. Sci. Paris* **279**, 375–377 (1974).
 14. J. P. Padet, Sur la notion d'équivalence entre deux contacts thermiques, *C. R. Acad. Sci. Paris* **280**, 291–293 (1975).
 15. J. P. Padet et M. Abgrall, Caractéristiques du mur homogène équivalent à un contact thermique, *C. R. Acad. Sci., Paris* **281**, 223–226 (1975).
 16. F. Fouche, Etude expérimentale et théorique de la résistance thermique d'un contact par bandes parallèles, Thèse de doctorat d'Etat, Fac. des Sciences, Poitiers (1966).
 17. G. E. Myers, *Analytical Methods in Conduction Heat Transfer*, p. 235. McGraw-Hill, New York (1971).
 18. G. E. Bell et J. Crank, A method of treating boundary singularities in time-dependent problems, *J. Inst. Math. Applic.* **12**, 37–48 (1973).
 19. J. P. Padet, Transfert de chaleur à travers une couche hétérogène, Thèse de doctorat d'Etat, Fac. des Sciences, Poitiers (1967).
 20. M. Abgrall, Contribution à l'étude du transfert de chaleur à travers une paroi multicouche en régime instationnaire. Application au bâtiment, Thèse de 3ème cycle, Université Pierre et Marie Curie, Paris (1979).

STATIC THERMAL CONTACTS AND THE UNSTEADY HEAT CONDUCTION PROBLEM: PROPOSITION OF A THERMALLY EQUIVALENT MODEL

Abstract – Static thermal contacts in a transient state are specified. The temperature distribution perturbed by the heterogeneous layer is established at each time step for a parallel bands model of contact, by the mean of a finite-difference method.

Then an equivalence between the thermal contact and a three walls-model is suggested in unsteady state. In this, the intermediary wall is considered to have the same thickness, the same resistance and the same internal energy than the heterogeneous layer. The evolution of temperature distribution near the contact layer is analysed when a temperature grade is applied above the cut.

STATISCHER THERMISCHER KONTAKT UND DAS INSTATIONÄRE WÄRMELEITPROBLEM—VORSCHLAG EINES THERMISCH ÄQUIVALENTEN MODELLS

Zusammenfassung—Statische thermische Kontakte im instationären Zustand werden erläutert. Die von der heterogenen Schicht gestörte Temperaturverteilung wird für jeden Zeitschritt für ein Kontaktmodell paralleler Bänder mit Hilfe einer finiten Differenzenmethode ermittelt. Ausgehend hiervon, wird Gleichwertigkeit zwischen dem thermischen Kontakt und einem Drei-Wand-Modell im instationären Zustand vorgeschlagen. Hierbei wird angenommen, daß die Zwischenwand die gleiche Dicke, den gleichen Widerstand und die gleiche innere Energie hat wie die heterogene Schicht. Die Temperaturverteilung nahe der Kontaktschicht, die sich ausbildet, wenn ein Temperaturgradient oberhalb der Trennfläche aufgeprägt wird, wird untersucht.

СТАТИЧЕСКИЕ ТЕПЛОВЫЕ КОНТАКТЫ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ. ТЕРМИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНАЯ МОДЕЛЬ

Аннотация— Рассмотрены статические тепловые контакты в нестационарном состоянии. С помощью конечно-разностного метода на каждом временном шаге получено распределение температур после возмущения, внесенного гетерогенным слоем, для модели параллельных контактирующих полос. Предложена аналогия между термическим контактом и трехслойной моделью, в которой промежуточный слой имеет те же толщину, сопротивление и внутреннюю энергию, что и гетерогенный слой. Проводится анализ развития профиля температур у контактного слоя для случая, когда разность температур создается над разрезом.